

การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรสำหรับการชักตัวอย่างแบบกลุ่มลำดับ
เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการให้ลำดับกลุ่ม

The Efficiency Comparison of Population Mean Estimators for Ranked Set Sampling
with Error in Ranking

สองเมือง เหล่าตระกูล (Songmuang Laotrakul)* ดร.สุพรรณิ อึ้งปัญสัตวงศ์ (Dr.Supunnee Ungpansattawong)**

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่ได้จากการชักตัวอย่างแบบกลุ่มลำดับ 2 วิธี ได้แก่ การชักตัวอย่างแบบกลุ่มลำดับมัธยฐาน และการชักตัวอย่างแบบกลุ่มสมดุล เมื่อทั้งสองการชักตัวอย่างมีความคลาดเคลื่อนในการให้ลำดับกลุ่ม เปรียบเทียบกับการชักตัวอย่างแบบกลุ่มลำดับพื้นฐาน การเปรียบเทียบประสิทธิภาพดังกล่าวใช้การจำลองข้อมูลประชากรให้มีการแจกแจงที่ และการแจกแจงเลขชี้กำลัง โดยพิจารณาจากค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ผลการวิจัยพบว่า ประสิทธิภาพของตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรขึ้นอยู่กับลักษณะของการแจกแจง กับขนาดของตัวอย่าง

ABSTRACT

The purpose of this paper is comparative efficiencies of a population mean estimators from 2 methods Ranked Set Sampling namely Median Ranked Set Sampling (MRSS) and Balanced Groups Ranked Set Sampling (BGRSS) where both methods are errors in ranking exists compare with Original Ranked Set Sampling (RSS). The methodology is a simulation study with t distribution and exponential distribution data by using Mean Square Error (MSE) for comparative efficiencies. A result found that the efficiency of a population mean estimators depends on the sample size and the distribution.

คำสำคัญ: การชักตัวอย่างแบบกลุ่มลำดับมัธยฐาน การชักตัวอย่างแบบกลุ่มสมดุล ความคลาดเคลื่อนในการให้ลำดับกลุ่ม

Keywords: Median ranked set sampling, Balanced groups ranked set sampling, Errors in ranking

*นักศึกษา หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

**รองศาสตราจารย์ สาขาวิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

บทนำ

การชักตัวอย่างโดยทั่วไปจะใช้การชักตัวอย่างแบบง่าย (Simple Random Sampling : SRS) เนื่องจากเป็นวิธีการชักตัวอย่างที่ใช้งานง่าย สะดวก และไม่ยุ่งยาก แต่ในบางสถานการณ์ที่ขนาดประชากรไม่โตมากนัก เป็นข้อมูลหายากมีค่าใช้จ่ายสูง และสามารถจัดลำดับได้ การชักตัวอย่างแบบง่ายอาจจะไม่เหมาะสม จึงได้มีการพัฒนาการชักตัวอย่างเรียกว่า การชักตัวอย่างแบบกลุ่มลำดับ (Ranked Set Sampling : RSS) นำเสนอครั้งแรกโดย McIntyre, G.A. (1952) มีหลักการคือเพิ่มความแม่นยำของค่าประมาณในขณะที่ต้นทุนการเก็บตัวอย่างลดลง โดยกำหนดให้ $n = mr$ เมื่อ n คือขนาดตัวอย่าง m คือจำนวนชุดตัวอย่างและหน่วยตัวอย่างในแต่ละชุดตัวอย่าง และ r ด้วยจำนวนรอบการชักตัวอย่างซ้ำ ต่อมา Dell, Clutter (1972) เปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากร ที่ได้จากการชักตัวอย่างแบบ SRS กับการชักตัวอย่างแบบ RSS โดยคำนึงถึงค่าใช้จ่ายและความคลาดเคลื่อนในการให้ลำดับกลุ่ม (Errors in Ranking) พบว่าตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรจากการชักตัวอย่างแบบ RSS มีประสิทธิภาพดีกว่าการชักตัวอย่างแบบ SRS ทั้งในกรณีที่ไม่มีความคลาดเคลื่อนในการให้ลำดับกลุ่ม

นอกจากการชักตัวอย่างแบบ RSS แล้ว ยังได้มีการพัฒนาการชักตัวอย่างแบบกลุ่มลำดับเพื่อประมาณค่าเฉลี่ยประชากรแบบต่างๆอย่างต่อเนื่อง เช่น Muttalak (1998) เสนอการชักตัวอย่างแบบกลุ่มลำดับมัธยฐาน (Median Ranked Set Sampling : MRSS) Al-Omari et al. (2008) เสนอการชักตัวอย่างแบบกลุ่มลำดับสมดุล (Balanced Group Ranked Set Sampling : BGRSS) และเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากร ที่ได้จากการชักตัวอย่างแบบ RSS, MRSS และ BGRSS กับการชักตัวอย่างแบบ SRS พบว่าเมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบสมมาตร ตัวประมาณค่าเฉลี่ยจากการชักตัวอย่าง BGRSS เป็นตัวประมาณค่าที่ไม่เอนเอียง และมีประสิทธิภาพดีกว่าการชักตัวอย่างแบบ SRS, RSS และ MRSS ถ้าข้อมูลมีการแจกแจงแบบเบ้ขวา การชักตัวอย่างแบบ BGRSS จะมีประสิทธิภาพลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ซึ่งทุกการชักตัวอย่างที่นำเสนอมา ศึกษาในกรณีที่ไม่มีความคลาดเคลื่อนในการให้ลำดับกลุ่ม ต่อมา วิรา (2012) ศึกษาประสิทธิภาพตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรจากการชักตัวอย่างที่นำเสนอข้างต้น ในกรณีที่มีความคลาดเคลื่อนในการให้ลำดับกลุ่ม ได้แก่ การชักตัวอย่างแบบ RSS, MRSS และ BGRSS โดยเปรียบเทียบกับ SRS พบว่าเมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบเบ้ขวา ขนาดตัวอย่างเล็ก การชักตัวอย่างแบบ MRSS มีประสิทธิภาพมากที่สุด และการแจกแจงแบบเบ้ขวา ขนาดตัวอย่างโต การชักตัวอย่างแบบ RSS มีประสิทธิภาพมากที่สุด

ในงานวิจัยที่บทวนมาทั้งหมดนั้น เป็นการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากร ที่ได้จากการชักตัวอย่างแบบ RSS แบบต่างๆ เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการให้ลำดับกลุ่ม กับการชักตัวอย่างแบบ SRS อีกทั้งงานวิจัยดังกล่าวข้างต้นพบความไม่ชัดเจนในเรื่องของการกำหนดขนาดตัวอย่าง ดังนั้น ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากร ที่ได้จากการชักตัวอย่างแบบ MRSS และ BGRSS เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการให้ลำดับกลุ่ม (Errors in Ranking) กับการชักตัวอย่างแบบ RSS ซึ่งเป็นวิธีการชักตัวอย่างแบบกลุ่มลำดับพื้นฐาน

วัตถุประสงค์การวิจัย

เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่ได้การชักตัวอย่างแบบกลุ่มลำดับมัธยฐาน (Median Ranked Set Sampling : MRSS) และการชักตัวอย่างแบบกลุ่มลำดับสมดุล (Balanced Group Ranked Set Sampling : BGRSS) เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในให้ลำดับกลุ่ม (Errors in Ranking) เปรียบเทียบกับการชักตัวอย่างแบบกลุ่มลำดับพื้นฐาน (Ranked Set Sampling : RSS)

วิธีการวิจัย

1) การศึกษาวิธีการชักตัวอย่างแบบกลุ่มลำดับแบบต่างๆ ประกอบไปด้วย

1.1) การชักตัวอย่างกลุ่มลำดับ (Ranked Set Sampling : RSS)

นำเสนอครั้งแรก McIntyre, G.A. (1952) เป็นการชักตัวอย่างที่พัฒนาจากการชักตัวอย่างแบบง่าย

กำหนดให้ n คือ ขนาดตัวอย่าง มีค่าเท่ากับ mr

m คือ จำนวนชุดตัวอย่าง และหน่วยตัวอย่างในแต่ละชุดตัวอย่าง

r คือ จำนวนรอบของการชัก

ตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรของการชักตัวอย่างแบบ RSS ดังนี้

ตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากร (\hat{Y}_{RSS}) คือ

$$\hat{Y}_{RSS} = \frac{1}{rm} \sum_{j=1}^r \sum_{i=1}^m y_{[i]j} \quad (1)$$

$$y_{[i]j}; i = 1, 2, \dots, m \text{ และ } j = 1, 2, \dots, r$$

และความแปรปรวนของตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากร (\hat{Y}_{RSS}) คือ

$$Var(\hat{Y}_{RSS}) = \frac{1}{rm-1} \sum_{j=1}^r \sum_{i=1}^m (y_{[i]j} - \hat{Y}_{RSS})^2 \quad (2)$$

$$y_{[i]j}; i = 1, 2, \dots, m \text{ และ } j = 1, 2, \dots, r$$

ขั้นตอนการชักตัวอย่างแบบ RSS

ขั้นตอนที่ 1 จากประชากรขนาด N ค่า ต้องการชักตัวอย่างแบบ RSS ขนาด n ค่า กำหนดขนาดตัวอย่าง

(n) โดย $n = mr$

ขั้นตอนที่ 2 รอบที่ 1 ชักจำนวนชุดตัวอย่างโดยการชักแบบ SRSWR จำนวน m ชุด ในแต่ละชุดตัวอย่างประกอบไปด้วยหน่วยตัวอย่าง m ค่า

ขั้นตอนที่ 3 หน่วยตัวอย่างในแต่ละชุดตัวอย่าง ให้ลำดับค่าของหน่วยตัวอย่างจากน้อยไปมาก

ขั้นตอนที่ 4 เลือกหน่วยตัวอย่างโดย

ชุดที่ 1 เลือกหน่วยตัวอย่างที่มีค่าน้อยที่สุด

ชุดที่ 2 เลือกหน่วยตัวอย่างที่มีค่าน้อยที่สุดเป็นอันดับสอง

ทำแบบนี้ไปเรื่อยๆ จนถึงชุดที่ m เลือกหน่วยตัวอย่างที่มีค่ามากที่สุด

ขั้นตอนที่ 5 จะได้หน่วยตัวอย่าง m ค่า ในการชัก 1 รอบ ทำซ้ำ รอบที่ 2 ถึงรอบที่ r จะได้หน่วยตัวอย่างที่มีขนาด mr ค่า

1.2) การชักตัวอย่างแบบกลุ่มลำดับมัธยฐาน (Median Ranked Set Sampling : MRSS)

Muttalak, H.A. (1998) เสนอการชักตัวอย่างแบบ MRSS จะมีความคล้ายคลึงกับการชักตัวอย่างแบบ RSS แตกต่างที่

ขั้นตอนในการเลือกตัวอย่าง จะใช้ค่ามัธยฐานในการเลือกตัวอย่างในแต่ละชุดตัวอย่าง

กำหนดให้ n คือ ขนาดตัวอย่างทั้งหมด มีค่าเท่ากับ mr

m คือ จำนวนชุดตัวอย่าง และหน่วยตัวอย่างในแต่ละชุดตัวอย่าง

r คือ จำนวนรอบของการชัก
ตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรของการชักตัวอย่างแบบ MRSS ดังนี้

ตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากร (\hat{Y}_{MRSS}) คือ

$$\hat{Y}_{MRSS} = \frac{1}{rm} \sum_{j=1}^r \sum_{i=1}^m y_{[i]j} \quad (3)$$

$$y_{[i]j}; i = 1, 2, \dots, m \text{ และ } j = 1, 2, \dots, r$$

และความแปรปรวนของตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากร

$$\left(\hat{Y}_{MRSS} \right) \text{ คือ } Var(\hat{Y}_{MRSS}) = \frac{1}{rm-1} \sum_{j=1}^r \sum_{i=1}^m \left(y_{[i]j} - \hat{Y}_{MRSS} \right)^2 \quad (4)$$

$$y_{[i]j}; i = 1, 2, \dots, m \text{ และ } j = 1, 2, \dots, r$$

ขั้นตอนการชักตัวอย่างแบบ MRSS

ขั้นตอนที่ 1 จากประชากรขนาด N ค่า ต้องการชักตัวอย่างแบบ MRSS ขนาด n ค่า กำหนดขนาดตัวอย่าง (n)

โดย $n = mr$

ขั้นตอนที่ 2 รอบที่ 1 ชักจำนวนชุดตัวอย่างโดยการชักแบบ SRSWR จำนวน m ชุด ในแต่ละชุดตัวอย่างประกอบไปด้วยหน่วยตัวอย่าง m ค่า

ด้วยหน่วยตัวอย่าง m ค่า

ขั้นตอนที่ 3 หน่วยตัวอย่างในแต่ละชุดตัวอย่าง ให้ลำดับค่าของหน่วยตัวอย่างจากน้อยไปมาก

ขั้นตอนที่ 4 เลือกตัวอย่าง โดยพิจารณา

ถ้า m เป็นจำนวนคี่ ชุดที่ 1 ถึงชุดที่ m เลือกตัวอย่างตำแหน่งที่ $\left(\frac{m+1}{2} \right)$

ถ้า m เป็นจำนวนคู่ ชุดที่ 1 ถึงชุดที่ $\left(\frac{m}{2} \right)$ เลือกตัวอย่างตำแหน่งที่ $\left(\frac{m}{2} \right)$ และชุดที่ $\left(\frac{m+2}{2} \right)$

ถึงชุดที่ m เลือกตัวอย่างตำแหน่งที่ $\left(\frac{m+2}{2} \right)$

ขั้นตอนที่ 5 จะได้หน่วยตัวอย่าง m ค่า ในการชัก 1 รอบ ทำซ้ำ รอบที่ 2 ถึงรอบที่ r จะได้หน่วยตัวอย่างที่มีขนาด

mr ค่า

1.3) การชักตัวอย่างแบบกลุ่มลำดับสมดุล (Balanced Group Ranked Set Sampling : BGRSS)

Al-Omari et al. (2008) เสนอการชักตัวอย่างแบบ BGRSS ที่พัฒนามาจากการชักตัวอย่างแบบ RSS กำหนด

ขนาดตัวอย่าง (n) โดย $n = mr$ เมื่อ $m = 3k; k = 1, 2, 3, \dots$

กำหนดให้ n คือ ขนาดตัวอย่าง มีค่าเท่ากับ mr

m คือ จำนวนชุดตัวอย่างและหน่วยตัวอย่างในแต่ละชุดตัวอย่างมีค่าเท่ากับ $3k$

r คือ จำนวนรอบของการชัก

k คือ จำนวนชุดตัวอย่างในแต่ละกลุ่ม

ตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรของการชักตัวอย่างแบบ BGRSS ดังนี้

กรณี m เป็นจำนวนคี่

ตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากร (\hat{Y}_{BGRSSO}) คือ

$$\hat{Y}_{BGRSSO} = \frac{1}{3k} \left(\sum_{i=1}^k y_{i(1:m)} + \sum_{i=k+1}^{2k} y_{i\left(\frac{m+1}{2};m\right)} + \sum_{i=2k+1}^{3k} y_{i(m:m)} \right) \quad (5)$$

เมื่อ $k = 1, 3, 5, \dots$

$y_{i(1:m)}; i = 1, 2, 3, \dots, k$ คือ เทอมของค่าต่ำสุด

$y_{i\left(\frac{m+1}{2};m\right)}; i = k+1, k+2, \dots, 2k$ คือ เทอมของค่ามัธยฐาน

$y_{i(m:m)}; i = 2k+1, 2k+2, \dots, 3k$ คือ เทอมของค่าสูงสุด

และความแปรปรวนของตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากร (\hat{Y}_{BGRSSO}) คือ

$$\text{Var}(\hat{Y}_{BGRSSO}) = \frac{1}{9k^2} \left(\begin{array}{l} \sum_{i=1}^k \text{Var}(y_{i(1:m)}) \\ + \sum_{i=k+1}^{2k} \text{Var}\left(y_{i\left(\frac{m+1}{2};m\right)}\right) \\ + \sum_{i=2k+1}^{3k} \text{Var}(y_{i(m:m)}) \end{array} \right) \quad (6)$$

กรณี m เป็นจำนวนคู่

ตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากร (\hat{Y}_{BGRSSE}) คือ

$$\hat{Y}_{BGRSSE} = \frac{1}{3k} \left(\sum_{i=1}^k y_{i(1:m)} + \sum_{i=k+1}^{2k} \left(\frac{1}{2} \left(y_{i\left(\frac{m}{2};m\right)} + y_{i\left(\frac{m+2}{2};m\right)} \right) \right) + \sum_{i=2k+1}^{3k} y_{i(m:m)} \right) \quad (7)$$

เมื่อ $k = 2, 4, 6, \dots$

$y_{i(1:m)}; i = 1, 2, 3, \dots, k$ คือ เทอมของค่าต่ำสุด

$\frac{1}{2} \left(y_{i\left(\frac{m}{2};m\right)} + y_{i\left(\frac{m+2}{2};m\right)} \right)$ คือ เทอมของค่ามัธยฐาน

$; i = k+1, k+2, \dots, 2k$

$y_{i(m:m)}; i = 2k+1, 2k+2, \dots, 3k$ คือ เทอมของค่าสูงสุด

และความแปรปรวนของตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากร (\hat{Y}_{BGRSSE}) คือ

$$\text{Var}(\hat{Y}_{BGRSSE}) = \frac{1}{9k^2} \left(\begin{array}{l} \sum_{i=1}^k \text{Var}(y_{i(1:m)}) \\ + \frac{1}{4} \sum_{i=k+1}^{2k} \left(\text{Var}\left(y_{i\left(\frac{m}{2}:m\right)}\right) + \text{Var}\left(y_{i\left(\frac{m+2}{2}:m\right)}\right) \right) \\ + 2\text{Cov}\left(y_{i\left(\frac{m}{2}:m\right)}, y_{i\left(\frac{m+2}{2}:m\right)}\right) \\ + \sum_{i=2k+1}^{3k} \text{Var}(y_{i(m:m)}) \end{array} \right) \quad (8)$$

ขั้นตอนการชักตัวอย่างแบบ BGRSS

ขั้นตอนที่ 1 จากประชากรขนาด N ค่า ต้องการชักตัวอย่างแบบ BGRSS ขนาด n ค่า กำหนดขนาดตัวอย่าง (n) โดย $n = mr$ เมื่อ $m = 3k; k = 1, 2, 3, \dots$

ขั้นตอนที่ 2 รอบที่ 1 ชักจำนวนชุดตัวอย่างโดยการชักแบบ SRSWR จำนวน m ชุด ในแต่ละชุดตัวอย่าง ประกอบไปด้วยหน่วยตัวอย่าง m ค่า

ขั้นตอนที่ 3 หน่วยตัวอย่างในแต่ละชุดตัวอย่าง ให้ลำดับค่าของหน่วยตัวอย่างจากน้อยไปมาก

ขั้นตอนที่ 4 นำชุดตัวอย่าง m ชุด มาจัดกลุ่มเป็น 3 กลุ่ม เป็นไปโดยสุ่ม ในแต่ละกลุ่มมีจำนวนชุดตัวอย่าง k ชุด

ขั้นตอนที่ 5 เลือกตัวอย่างโดยพิจารณา กลุ่มที่ 1 เลือกตัวอย่างที่มีค่าน้อยที่สุด กลุ่มที่ 2 เลือกตัวอย่างที่ค่ามัธยฐาน และกลุ่มที่ 3 เลือกตัวอย่างที่มีค่ามากที่สุด

ขั้นตอนที่ 6 จะได้หน่วยตัวอย่าง m ค่า ในการชัก 1 รอบ ทำซ้ำ รอบที่ 2 ถึงรอบที่ r จะได้หน่วยตัวอย่างที่มีขนาด mr ค่า

2) ขอบเขตของการวิจัย

2.1) ศึกษากรณีที่ประชากรมีการแจกแจงแบบสมมาตรและแบบเบ้ขวาดังนี้

2.1.1) ศึกษากรณีที่ประชากรมีการแจกแจงที่มีค่าพารามิเตอร์ $v = 4$

2.1.2) ศึกษากรณีที่ประชากรมีการแจกแจงเลขชี้กำลัง มีพารามิเตอร์ $\lambda = 1$

2.2) กำหนดขนาดประชากร (N) เท่ากับ 10,000

2.3) กำหนดขนาดชุดตัวอย่าง (m) ในการชักแต่ละครั้ง เท่ากับ 3, 6 และจำนวนรอบในการชักตัวอย่าง (r) เท่ากับ 2, 3

2.4) กำหนดขนาดตัวอย่าง (n) โดย $n = mr$ ดังนี้

ขนาดตัวอย่างเล็ก $n = 6$ เกิดจาก $m = 3, r = 2$

ขนาดตัวอย่างปานกลาง $n = 9$ เกิดจาก $m = 3, r = 3$

ขนาดตัวอย่างใหญ่ $n = 18$ เกิดจาก $m = 6, r = 3$

2.5) กำหนดค่าความคลาดเคลื่อนในการให้ลำดับกลุ่ม (ϵ) มีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ย (μ_ϵ) เท่ากับ 0 และความแปรปรวน (σ_ϵ^2) เท่ากับ 0.05, 0.10, 0.15, 0.30 และ 0.50 (Dell, Clutter, 1972)

2.6) การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากร จากการชักตัวอย่าง 2 วิธี พิจารณาจากค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (Relative Efficiency : RE)

2.7) ใช้โปรแกรม R ในการจำลองข้อมูลแต่ละสถานการณ์ทำซ้ำ 10,000 รอบ

3) การจำลองข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้มีลักษณะเป็นการวิจัยเชิงทดลอง ใช้โปรแกรม R จำลองขึ้นด้วยการทำงานของเครื่องคอมพิวเตอร์ โดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล (Monte Carlo Technique) เพื่อหาผลสรุปในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากร ที่ได้จากการชักตัวอย่างแบบ MRSS และ BGRSS เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในให้ลำดับกลุ่ม (Errors in Ranking) โดยประสิทธิภาพของตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากร พิจารณาจากค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Mean Square Error : MSE) ขั้นตอนการทำงานวิจัย มีขั้นตอนการดำเนินงานดังนี้

3.1) จำลองข้อมูลประชากรให้มีการแจกแจงที่ $t(4)$ และการแจกแจงเลขชี้กำลัง ($Exp(1)$) ขนาดประชากร เท่ากับ 10,000 หน่วย

3.2) คำนวณค่าเฉลี่ย (\bar{Y}) ของประชากรจากแต่ละการแจกแจงทั้ง 2 การแจกแจงตามที่กำหนดในขอบเขตการวิจัย

3.3) ชักตัวอย่างโดยการชักแบบ RSS จากประชากร กำหนดขนาดตัวอย่าง (n) โดย $n = mr$ เมื่อ (m) คือ จำนวนชุดตัวอย่าง และจำนวนตัวอย่างในแต่ละชุด (r) คือ จำนวนรอบในการชักซ้ำ ตามที่กำหนดในขอบเขตการวิจัย

3.4) เลือกตัวอย่างจากการชักตัวอย่างแบบกลุ่มลำดับทั้ง 2 วิธี ได้แก่ MRSS และ BGRSS เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการให้ลำดับกลุ่ม จากประชากร ตามขั้นตอนต่อไปนี้

3.4.1) ชักตัวอย่างจากประชากร กำหนดขนาดตัวอย่าง (n) โดย $n = mr$ ตามที่กำหนดในขอบเขตการวิจัย

3.4.2) สร้างค่าความคลาดเคลื่อนในการให้ลำดับกลุ่ม (ϵ) ให้มีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย (μ_ϵ) และความแปรปรวน (σ_ϵ^2) ตามที่กำหนดในขอบเขตของการวิจัย

3.4.3) นำค่าความคลาดเคลื่อนในการให้ลำดับกลุ่ม จากข้อ 3.4.2 บวกกับค่าวัดของหน่วยตัวอย่างในแต่ละชุดตัวอย่างก่อนการให้ลำดับ ทำให้ลำดับกลุ่มในชุดตัวอย่างได้รับผลกระทบจากค่าความคลาดเคลื่อนในการให้ลำดับ

3.4.4) เลือกหน่วยตัวอย่างจากชุดตัวอย่างสำหรับการชักตัวอย่างแบบกลุ่มลำดับทั้ง 2 วิธี

3.5) นำตัวอย่างที่ได้จากการชักตัวอย่างแบบ RSS จากข้อ 3.3) และการชักตัวอย่างแบบ MRSS, BGRSS จากขั้นตอนที่ 3.4) มาคำนวณค่าเฉลี่ย (\hat{Y}) ของตัวอย่างตามลำดับและหาค่า $(\hat{Y} - \bar{Y})^2$

3.6) ในแต่ละสถานการณ์ทำซ้ำ 10,000 รอบ

3.7) คำนวณค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (MSE) สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ยของประชากร ดังสมการนี้

$$MSE(\hat{Y}_i) = \frac{\sum_{j=1}^{10,000} (\hat{Y}_{ij} - \bar{Y})^2}{10,000} \quad (7)$$

$MSE(\hat{Y}_i)$ คือ ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยการชักตัวอย่างแบบ RSS, MRSS และ BGRSS

\hat{Y}_{ij} คือ ค่าเฉลี่ยของตัวอย่างที่ได้จากการชักตัวอย่าง 3 วิธี

- โดย $i = 1, 2, 3$ เมื่อ
- 1 คือ การชักตัวอย่างแบบ RSS
 - 2 คือ การชักตัวอย่างแบบ MRSS
 - 3 คือ การชักตัวอย่างแบบ BGRSS

\bar{Y} คือ ค่าเฉลี่ยของประชากร

3.8) หาค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (Relative Efficiency : RE) ที่ได้จากการชักตัวอย่างแบบกลุ่มลำดับ MRSS และ BGRSS เมื่อเทียบกับการชักตัวอย่างแบบ RSS ดังสมการนี้

$$RE(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) = \frac{\frac{1}{MSE(\hat{\theta}_2)}}{\frac{1}{MSE(\hat{\theta}_1)}} = \frac{MSE(\hat{\theta}_1)}{MSE(\hat{\theta}_2)} \quad (8)$$

$RE(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) > 1$ แสดงว่าตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากร $\hat{\theta}_1$ มีประสิทธิภาพดีกว่า $\hat{\theta}_2$

$RE(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) < 1$ แสดงว่าตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากร $\hat{\theta}_2$ มีประสิทธิภาพดีกว่า $\hat{\theta}_1$

กำหนดให้ $\hat{\theta}_1$ คือ ตัวประมาณค่าเฉลี่ยที่ได้จากการชักตัวอย่างแบบ MRSS, BGRSS และ $\hat{\theta}_2$ คือ ตัวประมาณค่าเฉลี่ยที่ได้จากการชักตัวอย่างแบบ RSS

3.9) เปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ และพิจารณาว่าการชักตัวอย่างแบบกลุ่มลำดับเมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการให้ลำดับกลุ่มแบบใด เป็นการชักที่ดีที่สุดเมื่อเทียบกับการชักตัวอย่างแบบกลุ่มลำดับพื้นฐาน

3.10) สรุปผลงานวิจัย

ผลการวิจัย

1) ขนาดตัวอย่าง (n) โดย $n = mr = (3)(2) = 6$

พิจารณาตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่มีการแจกแจงที่ และการแจกแจงเลขชี้กำลังจากการชักตัวอย่างแบบ MRSS เปรียบเทียบกับการชักตัวอย่างแบบ RSS ดูจากค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ $RE(\hat{\theta}_{MRSS}, \hat{\theta}_{RSS})$ พบว่าตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่ได้จากการชักตัวอย่างแบบ MRSS มีประสิทธิภาพดีกว่าการชักตัวอย่างแบบ RSS ในทุกระดับความคลาดเคลื่อนในการให้ลำดับกลุ่ม เพราะให้ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์น้อยกว่า 1 ($RE(\hat{\theta}_{MRSS}, \hat{\theta}_{RSS}) < 1$)

พิจารณาตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่มีการแจกแจงที่ และการแจกแจงเลขชี้กำลังจากการชักตัวอย่างแบบ BGRSS เปรียบเทียบกับการชักตัวอย่างแบบ RSS ดูจากค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ $RE(\hat{\theta}_{BGRSS}, \hat{\theta}_{RSS})$ พบว่าตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่ได้จากการชักตัวอย่างแบบ BGRSS มีประสิทธิภาพดีกว่าการชักตัวอย่างแบบ RSS เฉพาะที่ที่ระดับความคลาดเคลื่อนในการให้ลำดับกลุ่ม $\sigma_{0.15}^2, \sigma_{0.10}^2$ และ $\sigma_{0.05}^2$ ($RE(\hat{\theta}_{BGRSS}, \hat{\theta}_{RSS}) < 1$)

และพิจารณาค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ $RE(\hat{\theta}_{MRSS}, \hat{\theta}_{RSS})$ เปรียบเทียบกับ $RE(\hat{\theta}_{BGRSS}, \hat{\theta}_{RSS})$ พบว่าค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ $RE(\hat{\theta}_{MRSS}, \hat{\theta}_{RSS})$ น้อยกว่า $RE(\hat{\theta}_{BGRSS}, \hat{\theta}_{RSS})$ ในทุกระดับการแจกแจง และในทุกระดับความคลาดเคลื่อนในการให้ลำดับกลุ่ม หมายความว่าตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่ได้จากการชักตัวอย่างแบบ MRSS มีประสิทธิภาพดีกว่าการชักตัวอย่างแบบ BGRSS ดังตารางที่ 1 ($RE(\hat{\theta}_{MRSS}, \hat{\theta}_{RSS}) < RE(\hat{\theta}_{BGRSS}, \hat{\theta}_{RSS})$)

ตารางที่ 1 ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ที่ได้จากการชักตัวอย่างแบบ MRSS และ BGRSS เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการให้ลำดับกลุ่ม กับการชักตัวอย่างแบบ RSS เมื่อ ขนาดตัวอย่าง (n) โดย $n = mr = (3)(2) = 6$

Distribution	(σ_ε^2)	RE	
		MRSS	BGRSS
t(4)	0.50	0.6863	1.0825
	0.30	0.6327	1.0311
	0.15	0.5880	0.9817
	0.10	0.5990	0.9854
	0.05	0.5901	0.9675
exponential(1)	0.50	0.8370	1.1604
	0.30	0.8659	1.0978
	0.15	0.7977	1.0380
	0.10	0.8962	1.0738
	0.05	0.8447	1.0305

2) ขนาดตัวอย่าง (n) โดย $n = mr = (3)(3) = 9$

พิจารณาตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่มีการแจกแจงที่จากการชักตัวอย่างแบบ MRSS เปรียบเทียบกับการชักตัวอย่างแบบ RSS ดูจากค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ $RE(\hat{\theta}_{MRSS}, \hat{\theta}_{RSS})$ พบว่าตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่ได้จากการชักตัวอย่างแบบ MRSS มีประสิทธิภาพดีกว่าการชักตัวอย่างแบบ RSS ทุกระดับความคลาดเคลื่อนในการให้ลำดับกลุ่ม ($RE(\hat{\theta}_{MRSS}, \hat{\theta}_{RSS}) < 1$)

พิจารณาตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่มีการแจกแจงเลขชี้กำลังจากการชักตัวอย่างแบบ MRSS เปรียบเทียบกับการชักตัวอย่างแบบ RSS ดูจากค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ $RE(\hat{\theta}_{MRSS}, \hat{\theta}_{RSS})$ พบว่าตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่ได้จากการชักตัวอย่างแบบ MRSS มีประสิทธิภาพดีกว่าการชักตัวอย่างแบบ RSS ทุกระดับความคลาดเคลื่อนในการให้ลำดับกลุ่ม ($RE(\hat{\theta}_{MRSS}, \hat{\theta}_{RSS}) < 1$)

พิจารณาตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่มีการแจกแจงที่จากการชักตัวอย่างแบบ BGRSS เปรียบเทียบกับการชักตัวอย่างแบบ RSS ดูจากค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ $RE(\hat{\theta}_{BGRSS}, \hat{\theta}_{RSS})$ พบว่าตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่ได้จากการชักตัวอย่างแบบ BGRSS มีประสิทธิภาพดีกว่าการชักตัวอย่างแบบ RSS เฉพาะที่ระดับความคลาดเคลื่อนในการให้ลำดับกลุ่ม $\sigma_{0.10}^2$ และ $\sigma_{0.05}^2$ ($RE(\hat{\theta}_{BGRSS}, \hat{\theta}_{RSS}) < 1$)

พิจารณาตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่มีการแจกแจงเลขชี้กำลังจากการชักตัวอย่างแบบ BGRSS เปรียบเทียบกับการชักตัวอย่างแบบ RSS ดูจากค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ $RE(\hat{\theta}_{BGRSS}, \hat{\theta}_{RSS})$ พบว่าตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่ได้จากการชักตัวอย่างแบบ BGRSS มีประสิทธิภาพดีกว่าการชักตัวอย่างแบบ RSS เฉพาะที่ระดับความคลาดเคลื่อนในการให้ลำดับกลุ่ม $\sigma_{0.15}^2, \sigma_{0.10}^2$ และ $\sigma_{0.05}^2$ ($RE(\hat{\theta}_{BGRSS}, \hat{\theta}_{RSS}) < 1$)

พิจารณาค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ $RE(\hat{\theta}_{MRSS}, \hat{\theta}_{RSS})$ เปรียบเทียบกับ $RE(\hat{\theta}_{BGRSS}, \hat{\theta}_{RSS})$ เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงที่พบว่าค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ $RE(\hat{\theta}_{MRSS}, \hat{\theta}_{RSS})$ น้อยกว่า $RE(\hat{\theta}_{BGRSS}, \hat{\theta}_{RSS})$ ในทุกระดับความคลาดเคลื่อนในการให้ลำดับกลุ่ม หมายความว่าตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่ได้จากการชักตัวอย่างแบบ MRSS มีประสิทธิภาพดีกว่าการชักตัวอย่างแบบ BGRSS $(RE(\hat{\theta}_{MRSS}, \hat{\theta}_{RSS}) < RE(\hat{\theta}_{BGRSS}, \hat{\theta}_{RSS}))$

พิจารณาค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ $RE(\hat{\theta}_{MRSS}, \hat{\theta}_{RSS})$ เปรียบเทียบกับ $RE(\hat{\theta}_{BGRSS}, \hat{\theta}_{RSS})$ เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงเลขชี้กำลัง พบว่าค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ $RE(\hat{\theta}_{MRSS}, \hat{\theta}_{RSS})$ น้อยกว่า $RE(\hat{\theta}_{BGRSS}, \hat{\theta}_{RSS})$ เฉพาะที่ระดับความคลาดเคลื่อนในการให้ลำดับกลุ่ม $\sigma_{0.50}^2$ และ $\sigma_{0.30}^2$ หมายความว่าตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่ได้จากการชักตัวอย่างแบบ MRSS มีประสิทธิภาพดีกว่าการชักตัวอย่างแบบ BGRSS ระดับความคลาดเคลื่อนในการให้ลำดับกลุ่ม $\sigma_{0.50}^2$ และ $\sigma_{0.30}^2$ $(RE(\hat{\theta}_{MRSS}, \hat{\theta}_{RSS}) < RE(\hat{\theta}_{BGRSS}, \hat{\theta}_{RSS}))$ ดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ที่ได้จากการชักตัวอย่างแบบ MRSS และ BGRSS เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการให้ลำดับกลุ่ม กับการชักตัวอย่างแบบ RSS เมื่อ ขนาดตัวอย่าง (n) โดย $n = mr = (3)(3) = 9$

Distribution	(σ_{ϵ}^2)	RE	
		MRSS	BGRSS
t(4)	0.50	0.6604	1.0640
	0.30	0.5776	1.0444
	0.15	0.5400	1.1007
	0.10	0.5392	0.9861
	0.05	0.5828	0.9632
exponential(1)	0.50	0.9763	1.2258
	0.30	0.9613	1.0829
	0.15	0.9684	0.9803
	0.10	0.9475	0.9475
	0.05	0.9894	0.9858

3) ขนาดตัวอย่าง (n) โดย $n = mr = (6)(3) = 18$

พิจารณาค่าตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่มีการแจกแจงที่จากการชักตัวอย่างแบบ MRSS เปรียบเทียบกับการชักตัวอย่างแบบ RSS ดูจากค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ $RE(\hat{\theta}_{MRSS}, \hat{\theta}_{RSS})$ พบว่าตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่ได้จากการชักตัวอย่างแบบ MRSS มีประสิทธิภาพดีกว่าการชักตัวอย่างแบบ RSS ในทุกระดับความคลาดเคลื่อนในการให้ลำดับกลุ่ม $(RE(\hat{\theta}_{MRSS}, \hat{\theta}_{RSS}) < 1)$

พิจารณาค่าตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่มีการแจกแจงเลขชี้กำลังจากการชักตัวอย่างแบบ MRSS เปรียบเทียบกับการชักตัวอย่างแบบ RSS ดูจากค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ $RE(\hat{\theta}_{MRSS}, \hat{\theta}_{RSS})$ พบว่าตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่ได้จากการชักตัวอย่างแบบ RSS มีประสิทธิภาพดีกว่าการชักตัวอย่างแบบ MRSS ในทุกระดับความคลาดเคลื่อนในการให้ลำดับกลุ่ม $(RE(\hat{\theta}_{MRSS}, \hat{\theta}_{RSS}) > 1)$

พิจารณาตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่มีการแจกแจงที่จากการชักตัวอย่างแบบ BGRSS เปรียบเทียบกับการชักตัวอย่างแบบ RSS ดูจากค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ $RE(\hat{\theta}_{BGRSS}, \hat{\theta}_{RSS})$ พบว่าตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่ได้จากการชักตัวอย่างแบบ RSS มีประสิทธิภาพดีกว่าการชักตัวอย่างแบบ BGRSS ในทุกระดับความคลาดเคลื่อนในการให้ลำดับกลุ่ม ($RE(\hat{\theta}_{BGRSS}, \hat{\theta}_{RSS}) > 1$)

พิจารณาตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่มีการแจกแจงเลขชี้กำลังจากการชักตัวอย่างแบบ BGRSS เปรียบเทียบกับการชักตัวอย่างแบบ RSS ดูจากค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ $RE(\hat{\theta}_{BGRSS}, \hat{\theta}_{RSS})$ พบว่าตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่ได้จากการชักตัวอย่างแบบ RSS มีประสิทธิภาพดีกว่าการชักตัวอย่างแบบ BGRSS ในทุกระดับความคลาดเคลื่อนในการให้ลำดับกลุ่ม ($RE(\hat{\theta}_{BGRSS}, \hat{\theta}_{RSS}) > 1$)

พิจารณาค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ $RE(\hat{\theta}_{MRSS}, \hat{\theta}_{RSS})$ เปรียบเทียบกับ $RE(\hat{\theta}_{BGRSS}, \hat{\theta}_{RSS})$ เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงที่ พบว่าค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ $RE(\hat{\theta}_{MRSS}, \hat{\theta}_{RSS})$ น้อยกว่า $RE(\hat{\theta}_{BGRSS}, \hat{\theta}_{RSS})$ ในทุกระดับความคลาดเคลื่อนในการให้ลำดับกลุ่ม หมายความว่าตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่ได้จากการชักตัวอย่างแบบ MRSS มีประสิทธิภาพดีกว่าการชักตัวอย่างแบบ BGRSS ($RE(\hat{\theta}_{MRSS}, \hat{\theta}_{RSS}) < RE(\hat{\theta}_{BGRSS}, \hat{\theta}_{RSS})$) ดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ที่ได้จากการชักตัวอย่างแบบ MRSS และ BGRSS เมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการให้ลำดับกลุ่ม กับการชักตัวอย่างแบบ RSS เมื่อ ขนาดตัวอย่าง (n) โดย $n = mr = (6)(3) = 18$

distribution	(σ^2_ϵ)	RE	
		MRSS	BGRSS
t(4)	0.50	0.5257	1.5038
	0.30	0.4603	1.3450
	0.15	0.4357	1.2553
	0.10	0.4372	1.6239
	0.05	0.4341	1.4682
exponential(1)	0.50	1.6706	1.9142
	0.30	1.9342	2.0891
	0.15	2.3793	2.1853
	0.10	2.3822	2.1930
	0.05	2.5598	2.1011

อภิปราย และสรุปผลการวิจัย

จากผลการวิจัย เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงที่ ตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่ได้จากการชักตัวอย่างแบบ MRSS เป็นตัวประมาณค่าที่ประสิทธิภาพมากที่สุด ในทุกระดับค่าความคลาดเคลื่อนในการการให้ลำดับกลุ่ม

($\sigma_e^2 = 0.05, 0.10, 0.15, 0.30, 0.50$) และทุกขนาดตัวอย่าง ดังนั้นในทางปฏิบัติถ้าข้อมูลมีการแจกแจงที่ควรใช้การชักตัวแบบ MRSS ในการชักตัวอย่าง

ในขณะเดียวกันเมื่อข้อมูลมีการแจกแจงเลขชี้กำลัง ตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดขึ้นอยู่กับขนาดตัวอย่าง นั่นคือ ถ้าขนาดตัวอย่างเล็ก ($n = 6$) ตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่ได้จากการชักตัวอย่างแบบ MRSS มีประสิทธิภาพมากที่สุด ถ้าขนาดตัวอย่างปานกลาง ($n = 9$) ตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่ได้จากการชักตัวอย่างแบบ MRSS และ BGRSS มีประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน และถ้าขนาดตัวอย่างโต ($n = 18$) ตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากรที่ได้จากการชักตัวอย่างแบบ RSS มีประสิทธิภาพมากที่สุด ดังนั้นในทางปฏิบัติถ้าขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็กควรใช้การชักตัวอย่างแบบ MRSS ในการชักตัวอย่าง ถ้าขนาดตัวอย่างปานกลางสามารถใช้การชักตัวอย่างแบบ MRSS หรือ BGRSS ในการชักตัวอย่างก็ได้ แต่ถ้าขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ควรใช้การชักตัวอย่างแบบ RSS ในการชักตัวอย่าง

เอกสารอ้างอิง

วิรา เพ็ชรตระกูล. การชักตัวอย่างแบบกลุ่มลำดับเมื่อมีความคลาดเคลื่อนในการให้ลำดับกลุ่ม. [วิทยานิพนธ์ปริญญา

วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติประยุกต์]. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ; 2555.
สุพรรณิ อึ้งปัญสัตวงศ์, ชรินทร์ คุณุสมุทร. แบบแผนการสำรวจตัวอย่าง. ขอนแก่น: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยขอนแก่น; 2551.

Al-Omari A. I., Jemain A. A., Ibrahim K. Some variations of ranked set sampling. *Electronic Journal of Applied Statistical Analysis* 2008; 1: 1-15.

Dell T.R., Clutter. Ranked Set Sampling Theory with Order Statistic Background. *International Biometric Society* 1972; 28: 545-555.

McIntyre G.A. A Method of Unbiased Selective Sampling Using Raked Sets. *Australian Journal of Agricultural Research* 1952; 59: 385-390.

Muttalak H.A. Median Ranked Set Sampling with Concomitant Variables and a Comparison with Ranked Set Sampling and Regression Estimators. *Environmetrics* 1998; 1: 255-267.