

การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง พื้นที่ของรูป
ในชั้นเรียนที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด

Students' Mathematical Connections on The Areas of a Figure
in Classroom Using Lesson Study and Open Approach

จิฎารัตน์ รุจิราวินิจชัย (Tidarat Rujirawinitchai)* ดร.เกียรติ แสงอรุณ (Dr.Kiat Sangaroon)**
ดร.นฤมล ช่างศรี (Dr.Narumon Changsri)** ดร.ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (Dr.Maitree Inprasitha)***

บทคัดย่อ

วัตถุประสงค์เพื่อวิเคราะห์การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง พื้นที่ของรูป ภายใต้บริบทการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดตามแนวคิดของ ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2010) กลุ่มเป้าหมายคือนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพ วิเคราะห์โปรโตคอลและการบรรยายเชิงวิเคราะห์ตามกรอบแนวคิดลำดับกิจกรรมการสอน (Flow of Lesson) ของไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2559) ผลการวิจัยพบว่า ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ภายใต้บริบทการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดมีการวางแผนตามลำดับกิจกรรมการสอนทุกขั้นตอน ทำให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เรื่องพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เริ่มจากนำเสนอสถานการณ์ปัญหาในโลกจริงด้วยสื่อรูปธรรม เคลื่อนย้ายแนวคิดผ่านการใช้สื่อกึ่งรูปธรรม คือ ตาราง เพื่อใช้ในการนับช่อง ทำให้เต็ม 1 หน่วย และใช้ตัด-ย้ายรูป (หลักการแปลงสมมติ) แล้วเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เป็นสูตรการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานคือฐานคูณสูง ที่เป็นแสดงแทนโลกคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนสามารถนำไปใช้อย่างมีความหมาย

ABSTRACT

The objective of this study was to analyze the students' mathematical connections on the areas of a figure in classroom using Lesson Study and Open Approach based on Inprasitha's (2010) concept. The target group was grade 5. This study employed a qualitative research design by using a protocol analysis and an analytical description based on Inprasitha's (2016) Flow of Lesson framework. The findings revealed that mathematic classroom using lesson study and open approach have planed by Flow of Lesson framework in all step affects to the students have mathematical connections the areas of a figure. Teacher posed a real-world open-ended problem through concrete materials. The students connected representation of semi-concrete aids as counting, fulfilling the unit and using isometric transformation principle improve to formulas of the areas of a parallelogram aids representations of mathematical world.

คำสำคัญ: การศึกษาชั้นเรียน วิธีการแบบเปิด การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

Keywords: Lesson study Open approach Mathematical connections

*นักศึกษาคณะศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

**ผู้ช่วยศาสตราจารย์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

*** รองศาสตราจารย์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

บทนำ

บริบทชั้นเรียนคณิตศาสตร์ของประเทศไทยแม้ว่าจะเข้าสู่ยุคการปฏิรูปการศึกษามานานพอสมควรแล้ว แต่กระบวนการทางคณิตศาสตร์ยังไม่ได้รับการเน้นในโรงเรียน ครูคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่ยังไม่ทราบว่ากระบวนการทางคณิตศาสตร์คืออะไร และไม่ทราบว่าแท้จริงแล้วการสอนเนื้อหา สูตร กฎ หลักการ การให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดจำนวนมากเพื่อให้จำเนื้อหาเหล่านั้นให้ได้เท่านั้นเป็นเพียงการบอกคณิตศาสตร์ (Talking Mathematics) การสอนในลักษณะนี้นอกจากจะไม่ได้เป็นการส่งเสริมการคิดอย่างมีเหตุผลแล้วยังทำลายความกระตือรือร้นและความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนด้วย (ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ และคณะ, 2546) สอดคล้องกับกรณีศึกษาจากงานวิจัย (นฤมล ช่างศรี, 2549) ที่กล่าวถึงความเชื่อของครูทางการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เชื่อว่า นิยาม กฎ สูตร เป็นความรู้พื้นฐานที่ทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ดีขึ้น การสอนควรเน้นการถ่ายทอดความรู้ไปสู่นักเรียน การชี้แนะให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้เดิมได้ ส่งผลทำให้ครูแสดงบทบาทการสอนโดยเน้นการเป็นผู้ชี้แนะและเน้นการอธิบายรูปแบบการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทำให้มองเห็นความพยายามที่จะจัดการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนคิดด้วยตนเองแต่ไม่มีวิธีการที่ปฏิบัติอย่างเป็นรูปธรรมและต่อเนื่อง (วาสุกรี ใจจันทร์, 2555)

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2557) จึงนำเสนอนวัตกรรมทางการศึกษาด้วย “วิธีการแบบเปิด (Open Approach)” ในฐานะแนวทางการสอน (Teaching Approach) โดยใช้สถานการณ์ปัญหาปลายเปิดในกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Activities) นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเองผ่านการลงมือแก้ปัญหาจากกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นไปที่การคิดเกี่ยวกับวิธีการ (Think about how to) ควบคู่ไปกับการศึกษาชั้นเรียน (Lesson Study) ซึ่งเป็นแนวทางในการพัฒนาประสิทธิภาพการทำงานร่วมกันของครูและคุณภาพชั้นเรียนคณิตศาสตร์ ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2559) นักเรียนจะสามารถเข้าถึงเนื้อหาสาระทางคณิตศาสตร์ของชั้นเรียนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมาย (meaningfulness) กิจกรรมในชั้นเรียนต้องได้รับการวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่เริ่มต้นจากสิ่งที่มีความหมายในชีวิต ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2559) อ้างถึงในพิมพ์ผกา อินทระส, 2562) จึงได้พัฒนาเครื่องมือสำหรับครูในโรงเรียนเพื่อวางแผนกิจกรรมการเรียนรู้ให้สามารถเข้าถึงแนวคิดของนักเรียน คือ “ลำดับกิจกรรมการสอน (Flow of lesson)” ซึ่งเป็นส่วนสำคัญในการพัฒนาแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

องค์ประกอบด้านจิตพิสัยที่เป็นรากฐานของการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกิดจากแนวทางการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่จะช่วยกระตุ้นการคิดที่เป็นธรรมชาติของนักเรียนและทำให้นักเรียนรู้สึกตื่นเต้นและกระตือรือร้น คือ “ความเปิดของกิจกรรมทางคณิตศาสตร์” นักเรียนสามารถเข้าร่วมกิจกรรมทางคณิตศาสตร์โดยใช้สิ่งที่ได้เรียนรู้มาก่อนเป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงระหว่างบทเรียน จะทำให้นักเรียนมีความรู้สึกมั่นใจในแนวคิดของตนเอง (วิภาพร สุทธิอำพร, 2558) นักเรียนเรียนรู้จากกระบวนการแก้ปัญหาโดยการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์กับบริบทโลกจริง ทำให้มองภาพรวมของการเชื่อมโยงระหว่างสถานการณ์ปัญหา กับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่ผ่านมา เกิดเป็นการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่ทำให้คณิตศาสตร์มีความหมายต่อการเรียนรู้ของนักเรียน (National Council of Teachers of Mathematics, 2000) โดยเฉพาะอย่างยิ่งสาระด้านการวัดและเรขาคณิต ซึ่งในชั้นเรียนส่วนใหญ่มักสร้างรูปร่างเรขาคณิตตามขั้นตอนหรือคำสั่ง แต่ไม่มีโอกาสได้ฝึกประสบการณ์การคิดที่เกี่ยวกับการมองเห็นความสัมพันธ์ของมิติต่างๆของรูปทรงเรขาคณิต ทำให้นักเรียนขาดกระบวนการด้านมิติสัมพันธ์ (Spatial Sense Thinking) ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ และคณะ (2546) ซึ่งสาระนี้มีความสำคัญในการส่งเสริมให้นักเรียนได้ใช้การวิเคราะห์ การเจรจาต่อรองทางคณิตศาสตร์ การให้เหตุผล การเชื่อมโยงแนวคิดเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหา NCTM (2008) ดังนั้นผู้วิจัยจึงต้องการศึกษาการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่องพื้นที่ของรูป ในชั้นเรียนที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อวิเคราะห์การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง พื้นที่ของรูป ในชั้นเรียนที่ใช้การศึกษาชั้นเรียน และวิธีการแบบเปิด

วิธีการวิจัย

กลุ่มเป้าหมาย

นักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 (ยูนิทอ 1 กลุ่ม 1) โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยขอนแก่น ฝ่ายประถมศึกษา (ศึกษาศาสตร์) ปีการศึกษา 2562 จำนวน 38 คน

สถานที่ทำการวิจัย

โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยขอนแก่น ฝ่ายประถมศึกษา (ศึกษาศาสตร์) จังหวัดขอนแก่น

เครื่องมือในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

- 1) แผนการจัดการเรียนรู้ในหน่วยการเรียนรู้ หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เรื่อง พื้นที่ของรูป (เรื่อง พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน) จำนวน 4 คาบ
- 2) แบบบันทึกภาคสนาม เป็นแบบบันทึกที่ผู้วิจัยและผู้ร่วมวิจัยได้ทำการบันทึกแนวคิด และพฤติกรรมของนักเรียนในขณะที่นักเรียนแก้ปัญหาในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
- 3) กล้องบันทึกวีดิทัศน์
- 4) กล้องบันทึกภาพนิ่ง

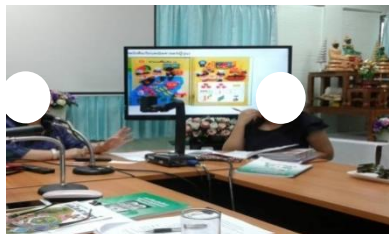
เครื่องมือที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

- 1) ผลงานนักเรียน
- 2) วิดีทัศน์ชั้นเรียน
- 3) ภาพถ่ายบรรยากาศชั้นเรียน

บริบทของการใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด

1. การร่วมมือกันวางแผนการจัดการเรียนรู้ (Plan)

ผู้วิจัยและผู้ร่วมวิจัยร่วมกันออกแบบแผนการจัดการเรียนการสอนจากหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ของประเทศญี่ปุ่นโดยสำนักพิมพ์กักโกโทโชะ (Gakko Toshō) ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 เล่ม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เรื่องพื้นที่ของรูป พร้อมทั้งร่วมกันออกแบบสื่อการเรียนการสอน คำถามของครูผู้สอนเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงออกถึงการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และคาดการณ์แนวคิดของนักเรียน



ภาพที่ 1 แสดงการร่วมมือกันวางแผนการจัดการเรียนรู้ในขั้นตอนของการศึกษาชั้นเรียน

2. การร่วมกันสังเกตชั้นเรียน (Do)

เป็นการนำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ออกแบบร่วมกันไปใช้สอนในชั้นเรียน ในขณะที่ครูผู้สอนดำเนินการสอนด้วยวิธีการแบบเปิด จะมีครูผู้สังเกตการสอนทำหน้าที่สังเกตกระบวนการคิดของนักเรียน โดยไม่แทรกแซงการสอนของครู ครูผู้สอนดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ออกแบบร่วมกันด้วยวิธีการแบบเปิด 4 ขั้นตอนตามแนวคิดของ ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2549) ดังนี้

1) การนำเสนอปัญหาปลายเปิด (Posing open-ended problem) ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาที่เชื่อมโยงจากโลกจริงของนักเรียนหรือเป็นสถานการณ์แปลกใหม่ที่นักเรียนไม่คุ้นเคยมาก่อน เพื่อกระตุ้นความสนใจของนักเรียนโดยการนำเสนอสถานการณ์ปัญหาผ่าน จอโปรเจกเตอร์ กระดาน หรือสื่อรูปธรรม



ภาพที่ 2 นำเสนอสถานการณ์ปลายเปิดเพื่อกระตุ้นความสนใจของนักเรียน

2) การเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน (Students' self-learning)

นักเรียนลงมือแก้ปัญหาด้วยตนเองนำไปสู่การแลกเปลี่ยนเรียนรู้ภายในกลุ่ม ครูทำหน้าที่ในการกระตุ้นให้นักเรียนคิดในแนวทางที่เกี่ยวข้องกับปัญหาและไม่เข้าไปแทรกแซงแนวคิดโดยเสนอแนะแนวคิดให้นักเรียน



ภาพที่ 3 นักเรียนลงมือแก้ปัญหาพร้อมกันภายในกลุ่ม

3) การอภิปรายทั้งชั้นและการเปรียบเทียบ (Whole class discussion and comparison)

นักเรียนนำเสนอแนวคิดของตนเองหรือกลุ่มหน้าชั้นเรียน ครูพยายามจำแนกแนวคิดนักเรียนที่เหมือนหรือต่างกัน และทำหน้าที่จัดลำดับการนำเสนอและไม่วิจารณ์ตัดสินแนวคิดของนักเรียน



ภาพที่ 4 นักเรียนนำเสนอแนวคิดหน้าชั้นเรียน

4) การสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน (Summarization through connecting students' mathematical ideas emerged in the classroom)

ครูหรือนักเรียนเขียนแนวคิดของตนเองบนกระดานเพื่อให้ทั้งชั้นได้พิจารณาร่วมกัน ครูกระตุ้นส่งเสริมให้นักเรียนยืนยันงานของตนเองไม่ว่าจะสอดคล้องกับแนวคิดของนักเรียนคนอื่นๆหรือไม่ก็ตาม เมื่อนักเรียนนำเสนอแนวคิดที่ยังไม่สมบูรณ์ ครูพิจารณาปรับแนวคิดจากข้อเสนอแนะของนักเรียนคนอื่นๆ เรียบเรียงแนวคิดเป็นการสรุปการเรียนรู้ของทั้งชั้นเรียน



ภาพที่ 5 นักเรียนสรุปและเชื่อมโยงแนวคิดร่วมกันทั้งชั้นเรียนโดยครูบันทึกแนวคิดที่ได้บนกระดาน

3. การร่วมกันสะท้อนผลชั้นเรียน (See)

ทีมศึกษาชั้นเรียนร่วมกันสะท้อนผลเพื่อปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ที่ถูกนำไปใช้ เป็นการเปิดโอกาสทำความเข้าใจกระบวนการเรียนรู้ของนักเรียนที่ตอบสนองต่อสถานการณ์ปัญหานั้นๆ



ภาพที่ 6 ทีมการศึกษาชั้นเรียน

ผลการวิจัย

การวิเคราะห์การดำเนินกิจกรรมในชั้นเรียนที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด อาศัยการวางแผนชั้นเรียนตามลำดับกิจกรรมการสอน (Flow of Lesson) สรุปได้ดังนี้

กิจกรรมที่ 1 เรื่อง ความยาวด้านที่จำเป็นในการหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

สถานการณ์ปัญหา : พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมสามรูป

คำสั่งที่

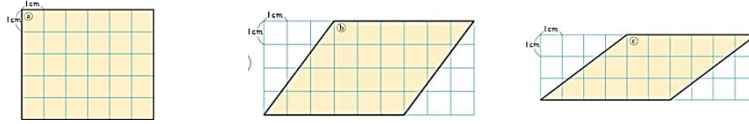
- 1) ให้นักเรียนวัดความยาวแต่ละด้านของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานต่อไปนี้
- 2) ให้นักเรียนเปรียบเทียบพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานต่อไปนี้
- 3) จงตรวจสอบความยาวที่จำเป็นต้องใช้ในการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

ขั้นการสร้างแผนการสอนร่วมกัน (Plan)

ทีมการศึกษาชั้นเรียนร่วมกันวางแผน คาดการณ์แนวคิดของนักเรียน ตามลำดับกิจกรรมการสอน (Flow of Lesson) ดังนี้

1) การแสดงแทนโลกจริงของนักเรียน (Representations of Real World)

รูปสี่เหลี่ยม a , b และ c ที่มีลักษณะดังรูป



2) การแสดงแทนด้วยสื่อกึ่งรูปธรรม (Semi Concrete Aids)

ทีมการศึกษาชั้นเรียนคาดการณ์ว่าสื่อกึ่งรูปธรรมคือ ตารางที่มีช่องขนาด 1×1 cm ใช้ในการ

- 1) แทนหน่วยในการวัดความยาวแต่ละด้านของรูปสี่เหลี่ยม
- 2) ช่องแต่ละช่องเป็นหน่วยของพื้นที่ 1 ตารางเซนติเมตร ซึ่งเป็นการทำหน่วยให้เต็ม เพื่อเป็นพื้นฐาน

ในการเข้าสู่การแปลงสมมติ (isometric transformation) และได้รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่นักเรียนคุ้นเคย และพื้นฐานในเรื่องหน่วยพื้นฐานที่ง่ายในการคำนวณหาพื้นที่

3) การแสดงแทนโลกคณิตศาสตร์ (Representations of Mathematical World)

ทีมการศึกษาชั้นเรียนคาดการณ์ว่าการแสดงแทนโลกคณิตศาสตร์ของนักเรียนคือ การแปลงสมมติ (isometric transformation) กล่าวคือ การเปลี่ยนรูปร่างของรูปเรขาคณิตโดยขนาดของพื้นที่เท่าเดิม แล้วเชื่อมโยงไปยังการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

ขั้นร่วมกันสังเกตชั้นเรียน (Do)

ทีมการศึกษาชั้นเรียนประกอบด้วยผู้ช่วยวิจัยคนที่ 1 ทำหน้าที่ผู้สอน ผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยคนที่ 2 เป็นผู้สังเกตชั้นเรียน ทำหน้าที่สังเกตแนวคิดของนักเรียนขณะลงมือแก้ปัญหา โดยมุ่งเน้นไปที่แนวคิดของนักเรียนที่แสดงถึงการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และนักศึกษาปฏิบัติการสอนในสถานศึกษาทำหน้าที่เก็บข้อมูล ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้วิธีการแบบเปิด (Open Approach) 4 ขั้นตอนโดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1) การแสดงแทนโลกจริงของนักเรียน (Representations of Real World)

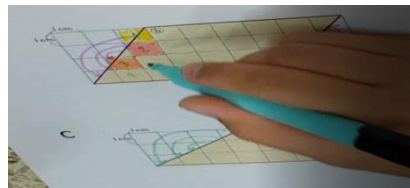
ในขั้นที่ 1 การนำเสนอสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาโดยเริ่มจากติดภาพรูปสี่เหลี่ยมจำนวน 3 รูป ที่แตกต่างกัน โดยให้นักเรียนคิดหาวิธีการเปรียบเทียบพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมทั้งสามรูป พบว่าโลกจริงของนักเรียน (Representations of Real World) คือ รูปสี่เหลี่ยมทั้งสามรูป ที่นักเรียนบางส่วนยังมองว่าไม่ต่างกัน (Item 10) นักเรียนบางส่วนเรียกร้องให้มีการพิสูจน์ก่อนว่าเท่ากันหรือไม่ (Item 18) หลังจากนั้นนักเรียนวัดความยาวรอบรูปสี่เหลี่ยมแล้วนำไปสู่ความยุ่งยากของนักเรียน คือ ความยาวรอบรูปสี่เหลี่ยมเท่ากัน (Item 48) แล้วพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจะเท่ากันหรือไม่ ดังรายละเอียดตามการวิเคราะห์โพโรโทคอลต่อไปนี้

Item9	ครู	ใครอีก เกี่ยวกับพื้นที่คำถามคือ ตอนนี้มีรูปอยู่ 3 รูปที่แตกต่างกัน ใช่มั้ย
Item10	นักเรียน	ไม่ต่าง
...
Item18	นักเรียน	เท่ากันใหม่ พิสูจน์ก่อน
...
Item48	เคย	สี่เหลี่ยมทั้งสามรูปนี้มีความยาวรอบรูปเท่ากันหมด (ครูข้อความเขียนบนกระดาน)

2) การแสดงแทนด้วยสื่อกึ่งรูปธรรม (Semi Concrete Aids)

ในขั้นที่ 2 นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง พบว่านักเรียนเคลื่อนย้ายแนวคิดจากความยุ่งยากของนักเรียนที่ว่า ความยาวรอบรูปสี่เหลี่ยมเท่ากันแล้วพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจะเท่ากันหรือไม่ จากนั้นแก้ปัญหาด้วยตนเองโดยใช้การแสดงแทนสื่อกึ่งรูปธรรม (Semi Concrete Aids) คือ ตาราง เพื่อแสดงความเข้าใจที่มีต่อการแก้ปัญหาโดยการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ไปสู่ การนับช่อง การทำให้เต็ม 1 หน่วย และการตัด-ย้ายรูป (หลักการแปลงสมมติ)

แนวคิดที่ 1 : การทำให้เต็ม 1 หน่วย



ภาพที่ 7 นักเรียนใช้ตารางเพื่อทำให้เต็มหน่วย

จากภาพพบว่านักเรียนลากเส้นโยงย้ายส่วนที่ไม่เต็ม 1 ช่องไปประกอบให้เต็ม 1 ช่อง (ที่มีพื้นที่แต่ละช่องคือ 1 ตารางเซนติเมตร) แล้วเขียนตัวเลขลงในแต่ละช่องแสดงแทนการนับช่องของรูปสี่เหลี่ยม แสดงให้เห็นว่านักเรียนเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแก้ปัญหาที่คุ้นเคย คือ การทำให้เต็ม 1 หน่วย ผ่านการเคลื่อนย้ายแนวคิดจากการใช้สื่อกึ่งรูปธรรมไปสู่โลกจริงทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหา ดังรายละเอียดตามการวิเคราะห์โพโรทอคอลต่อไปนี้

Item72	แดง	ทำให้เต็มก่อนใช้ใหม่
Item73	เคย	ใช่ ทำให้เต็มก่อนค่อยนับทีหลัง (นับช่อง)

แนวคิดที่ 2 : การตัด-ย้ายรูป

นักเรียนหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน b โดยแบ่งส่วนรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานเป็นรูปสามเหลี่ยมแล้วย้ายไปอีกด้านของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน แล้วจะได้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า แสดงให้เห็นว่านักเรียนเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ คือ การตัด-ย้ายรูป โดยใช้ (หลักการแปลงสมมติ (isometric transformation) กล่าวคือ การเปลี่ยนรูปร่างของรูปเรขาคณิตโดยขนาดของพื้นที่เท่าเดิม แล้วใช้การเชื่อมโยงความรู้ก่อนหน้าในเรื่องการหาพื้นที่ของรูป

สี่เหลี่ยมผืนผ้ามาใช้ในการแก้ปัญหา นักเรียนเคลื่อนย้ายแนวคิดจากการใช้สื่อที่รูปธรรมไปสู่โลกจริงทางคณิตศาสตร์มาใช้
ในการแก้ปัญหา ดังรายละเอียดตามการวิเคราะห์โพโทคอลต่อไปนี้

Item 82 เตย (กลับไปทำข้อ 2 อีกครั้ง) ที่จริงตัดเอาสามเหลี่ยมมาต่อตรงนี้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า
ฐานยาว 6 สูง 4 เหมือนเดิม

3) การแสดงแทนโลกคณิตศาสตร์ (Representations of Mathematical World)

ในขั้นที่ 3 นักเรียนอภิปรายและเปรียบเทียบร่วมกันทั้งชั้นเรียน นักเรียนนำเสนอแนวคิด
ของกลุ่มและอภิปรายเปรียบเทียบแนวคิดของตนเองและกลุ่มเพื่อน นักเรียนพบการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์จากการ
แก้ปัญหาโดยใช้สื่อที่รูปธรรม เคลื่อนย้ายแนวคิดไปโลกคณิตศาสตร์ จากความยุ่งยากในโลกจริงของนักเรียนที่ว่า “ความ
ยาวรอบรูปสี่เหลี่ยมเท่ากัน แล้วพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจะเท่ากันหรือไม่” ในขั้นที่ 4 สรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดของ
นักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน โดยนักเรียนพบว่าความยาวรอบรูปไม่ใช่พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม แล้วสรุปวิธีการพื้นที่รูป
สี่เหลี่ยมด้านขนาน ดังรายละเอียดโพโทคอลต่อไปนี้

Item158	เฟิร์น	(ยกมือ) รูปแรกเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าของมันเต็มแล้วเอามาคูณกันได้ ส่วน รูปที่สองของมันไม่เต็มต้องตัดแล้วเอามาประกอบกันให้เต็มก่อนจึงหาพื้นที่ ได้
Item159	ครู	แต่ถามว่าสองด้านนี้ยาวเท่ากันไหม (ครูชี้ไปที่ด้านข้างรูป A และ รูป B)
Item160	นักเรียน	เท่ากัน
Item161	ครู	แต่พอมันเริ่มเอียงแล้วมันใช้ตรงนี้ได้ไหม
Item162	นักเรียน	ไม่ได้
Item163	ครู	แต่ปรากฏว่าใช้วิธีการคูณได้อยู่ ที่นี้ใช้เซ็คว่าถ้าเราจะคูณกัน อย่างเช่น 6 คูณ 4 ตรงนี้มาจากไหน
Item164	แดง	ตัด ตัดแล้วนำมาต่อกันได้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า รูปเต็ม แล้วจะได้ ด้านข้างเป็น 4 ด้านล่างเป็น 6 หนุกก็เลยเอามาคูณกัน
Item165	ครู	ลองสังเกตรูปเก่ากับรูปใหม่ มีความยาวส่วนไหนที่เชื่อมกันได้บ้าง หรือว่า มองเป็นความยาวเดียวกันได้บ้าง
Item166	เฟิร์น	(ยกมือตอบ) ส่วนสูง
Item167	ครู	ส่วนสูง อะไรคือ ส่วนสูง
Item168	เฟิร์น	เส้นตรงที่ตั้งฉากที่เอามาต่อขึ้นไป
Item169	ครู	ที่นี้ถามใหม่ ถ้าไม่ได้ตัดแล้วรูปประมาณนี้ คิดว่าจะหาพื้นที่ได้ไหม
Item170	นักเรียน	ได้
Item171	ครู	ได้อย่างไร
Item172	นักเรียน	นำด้านล่างคูณกับสูง

ขั้นตอนผลร่วมกัน (See)

ภายหลังจากการสอนและการสังเกตชั้นเรียน ทีมศึกษาชั้นเรียนร่วมกันสะท้อนจากการสังเกตชั้นเรียน และอภิปรายแนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้น การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และปัญหา อุปสรรคที่พบในชั้น เพื่อปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ในคาบต่อไป มีรายละเอียดดังนี้

“ตอนให้เปรียบเทียบรูป เด็กเค้าวัดความยาวรอบรูปก่อนเลย แสดงว่าเด็กเชื่อมโยงความรู้เดิมเรื่องความยาวรอบรูปสี่เหลี่ยม ก็เลยเกิดเป็นปัญหาของเค้ากันว่า ความยาวรอบรูปเท่ากัน ทำให้เด็กบางส่วนคิดว่าพื้นที่ต้องเท่ากันด้วย เจ้าเฟิร์นเลยบอกมาให้พิสูจน์ก่อน”

“นักเรียนเค้าใช้การลากเส้นเชื่อมโยงช่องที่ไม่เต็ม คือ เค้าต้องการทำให้เต็ม 1 ช่อง ก่อนแล้วค่อยนับ กับอีกวิธีนี้คือ ตัดย้ายส่วนที่เป็นรูปสามเหลี่ยมไปประกอบกับอีกด้าน แล้วได้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า แล้วเค้าใช้สูตรการหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้างคูณยาวมาใช้ต่อนะ แสดงว่าเด็กเค้าเกิดการเชื่อมโยงจากการใช้สี่ คือ ช่อง เนี่ย กับความรู้เดิมของเค้าเรื่องพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามาใช้แก้ปัญหา ”

(ทีมการศึกษาชั้นเรียน, ตุลาคม 2562)



ภาพที่ 8 การสะท้อนผลร่วมกันของทีมศึกษาชั้นเรียน

การอภิปรายและสรุปผล

ตารางแสดงสรุปผลการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในชั้นเรียนที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด วิเคราะห์ข้อมูลตามกรอบแนวคิดลำดับกิจกรรมการสอน (Flow of Lesson) ของไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2559)

คาบที่	การศึกษาชั้นเรียน (Lesson Study) ตามแนวคิดของไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2549) และ วิธีการแบบเปิด (Open Approach) ตามกรอบแนวคิดของไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2010)	ลำดับกิจกรรมการสอน (Flow of lesson) ตามกรอบแนวคิดของ ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2559)		
		การแสดง แทนโลก จริงของ นักเรียน	การแสดง แทนด้วย สื่อ รูปธรรม	การแสดง แทนโลก คณิตศาสตร์
1	วางแผนการสอนร่วมกัน (Plan)	✓	✓	✓
การร่วมกัน สังเกตชั้น เรียน (Do)	ขั้นที่ 1 การนำเสนอสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด	✓		
	ขั้นที่ 2 การเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน		✓	
	ขั้นที่ 3 อภิปรายและเปรียบเทียบร่วมกันทั้งชั้นเรียน		✓	✓
	ขั้นที่ 4 การสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน			✓

คาบที่	การศึกษาชั้นเรียน (Lesson Study) ตามแนวคิดของไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2549) และ วิธีการแบบเปิด (Open Approach) ตามกรอบแนวคิดของไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2010)		ลำดับกิจกรรมการสอน (Flow of lesson) ตามกรอบแนวคิดของ ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2559)		
			การแสดง แทนโลก จริงของ นักเรียน	การแสดง แทนด้วย สื่อที่ รูปร่าง รูปธรรม	การแสดง แทนโลก คณิตศาสตร์
	การสะท้อนผลร่วมกัน (See)		✓	✓	✓
2	วางแผนการสอนร่วมกัน (Plan)		✓	✓	✓
	การร่วมกัน สังเกตชั้น เรียน (Do)	ชั้นที่ 1 การนำเสนอสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด ชั้นที่ 2 การเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน ชั้นที่ 3 อภิปรายและเปรียบเทียบร่วมกันทั้งชั้นเรียน ชั้นที่ 4 การสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนที่ เกิดขึ้นในชั้นเรียน	✓	✓	✓
	การสะท้อนผลร่วมกัน (See)		✓	✓	✓
3	วางแผนการสอนร่วมกัน (Plan)		✓	✓	✓
	การร่วมกัน สังเกตชั้น เรียน (Do)	ชั้นที่ 1 การนำเสนอสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด ชั้นที่ 2 การเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน ชั้นที่ 3 อภิปรายและเปรียบเทียบร่วมกันทั้งชั้นเรียน ชั้นที่ 4 การสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนที่ เกิดขึ้นในชั้นเรียน	✓	✓	✓
	การสะท้อนผลร่วมกัน (See)		✓	✓	✓
4	วางแผนการสอนร่วมกัน (Plan)		✓	✓	✓
	การร่วมกัน สังเกตชั้น เรียน (Do)	ชั้นที่ 1 การนำเสนอสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด ชั้นที่ 2 การเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน ชั้นที่ 3 อภิปรายและเปรียบเทียบร่วมกันทั้งชั้นเรียน ชั้นที่ 4 การสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนที่ เกิดขึ้นในชั้นเรียน	✓	✓	✓
	การสะท้อนผลร่วมกัน (See)		✓	✓	✓

1. การร่วมมือกันออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้ (Plan) ของทีมศึกษาชั้นเรียนประกอบด้วย ครูผู้สอน ครูผู้สังเกตการสอน ผู้วิจัย นักศึกษาปฏิบัติการสอนในสถานศึกษา เพื่อสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ที่เป็นสถานการณ์ปัญหาปลายเปิดจากหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ของประเทศญี่ปุ่นเป็นเครื่องมือในการคาดการณ์และวางลำดับแนวคิดของนักเรียน

วางแผนลำดับการเรียนการสอนตามลำดับขั้นการสอน (Flow of lesson) โดยพิจารณาจากแนวคิดที่คาดว่านักเรียนสามารถเข้าใจง่ายแล้วจึงนำเสนอแนวคิดที่มีความสลับซับซ้อนในลำดับต่อไป

2. การร่วมกันสังเกตชั้นเรียน (Do) จากการที่ครูผู้สอนนำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ออกแบบร่วมกันไปใช้สอนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ ในขณะที่ครูผู้สอนดำเนินการสอนด้วยวิธีการแบบเปิด ผู้วิจัย ครูผู้สังเกตการสอน และนักศึกษาปฏิบัติการสอนในสถานศึกษา ทำหน้าที่สังเกตแนวคิดของนักเรียน พบการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนี้

2.1 ชี้นำเสนอสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด (Posing open-ended problem) ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย ปัญหาที่ใกล้เคียงโลกจริงของนักเรียน หรือสิ่งที่เป็นรูปธรรม นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่มาจากโลกจริงของนักเรียน โดยอาศัยประสบการณ์ในการทำความเข้าใจปัญหา จนเกิดเป็นความยุ่งยากและพัฒนาเป็นปัญหาของตนเอง

2.2 ชั้นเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน (Students' self-learning) นักเรียนใช้เครื่องมือในการแก้ปัญหาจากการทดลองปฏิบัติและคิดวิธีการ (How to) ที่หลากหลายโดยอาศัยประสบการณ์หรือสิ่งที่เรียนรู้ก่อนหน้านี้เป็นตัวเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เพื่อเคลื่อนย้ายแนวคิดจากการโลกจริงของนักเรียนไปสู่การใช้สื่อกึ่งรูปธรรม (Semi concrete aids) เพื่อแสดงแทนแนวคิดในระหว่างการแก้ปัญหาพบการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ การใช้ตารางเพื่อนับช่อง , การทำให้เต็ม 1 หน่วย , การตัด-ย้ายรูป (หลักการแปลงสมมติ) การใช้สูตรการคำนวณหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า การหาความสูงของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานจากเส้นตั้งฉาก การเปรียบเทียบรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่แตกต่างกันจากสัญลักษณ์เส้นขนาน เป็นต้น

2.3 ชั้นอภิปรายและเปรียบเทียบร่วมกันทั้งชั้นเรียน โดยใช้ภาษาของนักเรียนอธิบายแนวคิดของตนเองและแนวคิดที่แตกต่างกันจากการวัดที่คลาดเคลื่อน (errors) พบว่านักเรียนใช้การประมาณค่าวางแผนการวัด ผ่านการเลือกใช้เครื่องมือวัดพิสูจน์ร่วมกันทั้งชั้นเรียน ทำให้นักเรียนเข้าใจความหมายของหน่วยการวัด (Unit of measurement) และค้นพบวิธีการหาพื้นที่ของรูป ผ่านการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์จากการแสดงแทนด้วยสื่อกึ่งรูปธรรมไปสู่การแสดงแทนโลกคณิตศาสตร์

2.4 ชั้นสรุปการเรียนรู้ของทั้งชั้นเรียน พบว่านักเรียนเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ในโลกคณิตศาสตร์โดยการสรุปกฎ สูตรการหาพื้นที่ของรูปแล้วสามารถนำไปใช้อย่างมีความหมาย

3. การร่วมกันสะท้อนผลของทีมนักศึกษาชั้นเรียน (See) จากการสังเกตชั้นเรียนร่วมกัน โดยพิจารณาตามลำดับขั้นการสอน (Flow of lesson) ที่เกิดขึ้นในแต่ละขั้นตอนของการสอนด้วยวิธีการแบบเปิด ที่ได้ร่วมวางแผนการสอนและคาดการณ์แนวคิดของนักเรียนไว้ เพื่อทำการสรุป วิเคราะห์การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่ากิจกรรมในชั้นเรียนที่ใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องพื้นที่ของรูป เน้นให้ผู้เรียนได้สำรวจ ค้นหาวิธีการหาพื้นที่ของรูป ใช้กระบวนการคิดในการสร้างสูตร (formulas) ผ่านการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน อาศัยแนวคิดในการมองเห็นการเปลี่ยนตำแหน่งที่เคลื่อนย้ายจากโลกจริง การแสดงแทนด้วยสื่อกึ่งรูปธรรม มาสู่การแสดงแทนโลกคณิตศาสตร์

กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับทุนสนับสนุนการวิจัยจากศูนย์วิจัยคณิตศาสตร์ศึกษา (Center for Research in Mathematics Education), ศูนย์ความเป็นเลิศด้านคณิตศาสตร์ (Center of Excellence in Mathematics) และโครงการการพัฒนาการคิดขั้นสูงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในเขตพื้นที่ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ มหาวิทยาลัยขอนแก่น ซึ่งผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร. ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ รองอธิการบดีฝ่ายการศึกษา และรักษาการแทน

ผู้อำนวยการสถาบันวิจัยและพัฒนาวิชาชีพครูสำหรับอาเซียน มหาวิทยาลัยขอนแก่น อีกทั้งขอขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เกียรติ แสงอรุณ และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. นฤมล ช่างศรี อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ที่ได้ให้ความกรุณาในการสนับสนุน คำแนะนำแนวทางในการทำวิจัยในครั้งนี้

เอกสารอ้างอิง

- นฤมล ช่างศรี. (2549). ความสัมพันธ์ระหว่างความเชื่อทางคณิตศาสตร์ของครูและบทบาทการสอนในชั้นเรียน
คณิตศาสตร์: กรณีศึกษา. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา บัณฑิต
วิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- พิมพ์ผกา อินทะรส (2562). การศึกษาแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยอาศัยลำดับกิจกรรมการสอนในชั้นเรียนที่
ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด. วิทยานิพนธ์ปริญญาปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ และคณะ . (2546). รายงานสภาวิจัย เรื่อง การปฏิรูปกระบวนการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ใน
โรงเรียนโดยเน้นกระบวนการทางคณิตศาสตร์. ขอนแก่น: ขอนแก่นการพิมพ์.
- _____ (2557). กระบวนการแก้ปัญหาในคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน.(พิมพ์ครั้งที่1). ศูนย์วิจัยคณิตศาสตร์
ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น: ขอนแก่น.
- _____ (2559). เอกสารประกอบการอบรมเชิงปฏิบัติการและกิจกรรมเปิดชั้นเรียนระดับชาติ ครั้งที่ 10..
พิมพ์ครั้งที่ 1. – ขอนแก่น: โรงพิมพ์แอนนาออฟเซต,2559.
- वासुกรี ใจจันทร์. (2555). การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนภายใต้บริบทของการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบ
เปิด.วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- วิภาพร สุทธิอัมพร. (2558). กิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่เน้นความเชื่อมโยงระหว่างความรู้และแนวคิดเพื่อ ส่งเสริม
ความสามารถเชิงสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน. วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนครสวรรค์, 16(4),
93-104.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). Principles and Standards for School
Mathematics. Reston, Virginia: NCTM.
- _____ (2008). Principles and Standards for School Mathematics. Henry S. (Hank) Kepner,
Jr., President 2008–2010 .Reston, Virginia: NCTM.